

УДК.535.31

Поверхности текущих фокусов в семействах каустических
лучей многократного отражения от рефлекторов
цилиндрического и сферического типов.

Г.С. Мельников.

ГП ГНЦ

“Государственный оптический институт
им. акад. С.И. Вавилова

[Приводятся результаты теоретических исследований по описанию свойств каустик лучей многократного отражения в элементах фрактальной оптики [1...3].

Установлено, что поверхности текущих фокусов (ПТФ) в меридианальном сечении сферических и цилиндрических рефлекторов представляют собой семейства плоских кривых, являющихся геометрическими местами точек, каждая из которых отображает две конкретные точки отражающей поверхности. В пределе, при стремлении к нулю дугового расстояния между точками отражения семейство ПТФ обращается в плоскую кривую механического происхождения-эпициклоиду. В пространстве сферы, предельные поверхности ПТФ представляют семейство эпициклических торов.] (...стр, ил.4, табл.1, библиогр.7 назв.)

Поступила в редакцию

Элементы диоптрики и катоптрики используемые в системах формирования изображений, как правило, представляют собой сегменты с криволинейными поверхностями преломления и отражения лучей, соответственно. Однако, как это показано в [3,6], фрактальная оптика - оптика многократных отражений [1] может оперировать не только с сегментированными элементами, но и с элементами, имеющими замкнутые криволинейные поверхности отражения.

В настоящее время достаточно полно описаны траектории движения лучей многократного отражения в круге (сфере) [3,6] При этом установлено, что лучи света в круге образуют траектории, форма которых зависит от коэффициентов фрактальности и полностью ими обусловлена. Коэффициент фрактальности k

определяет сектор круга γ , который содержит в себе в качестве хорды длину свободного пробега луча от одного отражения до другого отражения от ограничивающей круговой поверхности

$$\gamma = \frac{2 \cdot \pi}{k} \quad (1)$$

При k - целочисленных траектория распространения луча в круге представляет собой правильные вписанные в окружность многоугольники с числом вершин k . При k - рациональных и определяемых отношением целых не сократимых чисел

$$k = \frac{n}{m} \quad (2)$$

траектории распространения света представляют собой фрактальные многоугольники, т.е. звёздчатые правильные замкнутые многоугольники, имеющие n - вершен и формируемые путём “заметания” лучом конечной площади в круге за m оборотов вокруг центра кривизны. В случае k - трансцендентном луч “заметает” бесконечную площадь, т. е. трансцендентные траектории лучей - незамкнутые правильные многоугольники, в процессе формирования которых, точки текущих отражений никогда не вернутся в исходную точку первого отражения. Другими словами, можно утверждать, что при многократных отражениях от криволинейных поверхностей отражения последняя (в нашем плоском случае окружность) выступает в качестве добавленной параметрической координаты. Необходимые условия для отнесения окружности к координатной кривой, здесь соблюдаются, т.к. окружность отражения в меридианальных сечениях цилиндра (сферы) ортогональна двум пространственным координатам X и Y . А в качестве метрики новой добавленной координаты выступает показатель делимости этой окружности в целых, рациональных, иррациональных или трансцендентных отношениях в зависимости от характера чисел k , приписываемых конкретным лучам (траекториям) отражения. Эта мера переводит процесс описания распространения лучей в меридианальной плоскости из двумерного описания в трёхмерное. Тем самым объясняется нарушение однородности замкнутого пространства отражения (плоскости), что приводит к образованию модовой (k - целые числа), субмодовой (k -рациональные и иррациональные числа) и стохастической (k - трансцендентные числа) структуре распространения лучей света в меридианальном сечении замкнутых сферы и цилиндра, а в сегментированных цилиндрических и

сферических элементах к образованию модово-субмодовой, зонной и растровой структуры. [2].

В настоящей статье развиваются идеи, изложенные в [1...6] и подводятся предварительные итоги теоретических исследований по методам параметрического описания ПТФ для многократного отражения параллельных пучков света, падающих на поверхность отражения в сечениях сферы и цилиндра.

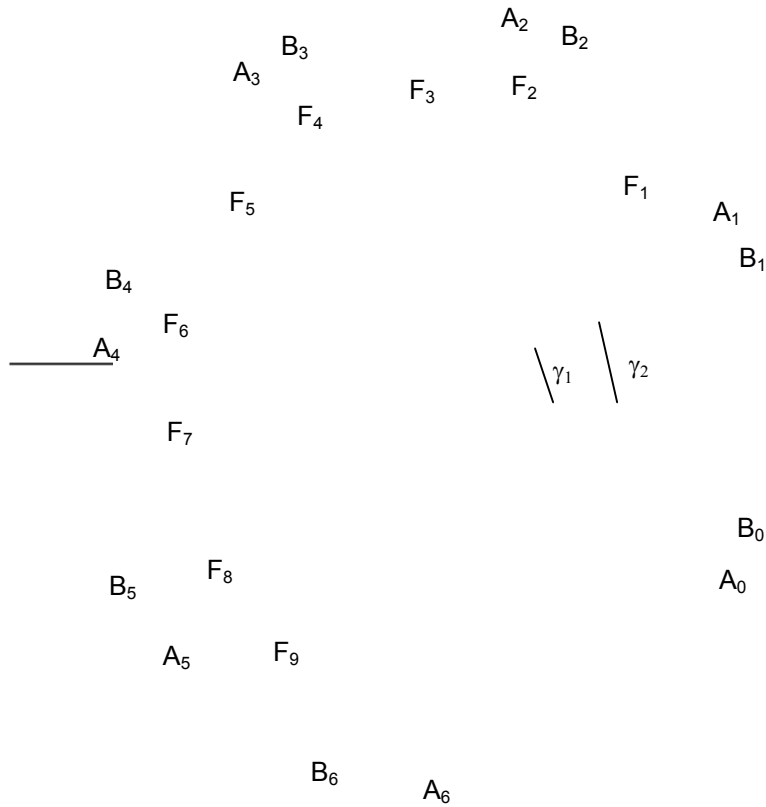


Рис. 1. Два луча, запущенные в круговую полость по нормали к оси X

Как это видно из рис. 1, два луча, запущенные в круговую полость по нормали к оси X, претерпевают поочерёдное отражение от криволинейной поверхности периодически пересекаются друг с другом. Т.е. лучи образуют каустики в различных, но строгоопределённых точках полости круга. Если принять обозначение точек текущих фокусов, начиная с точки пересечения луча $B_1 B_2$ с лучом $A_0 A_1$ за точку начальной каустики F_0 и, далее, перечислять текущие фокусы, при их перемещении внутри круга против часовой стрелки, получим последовательность таких точек $F_0 F_1 F_2 \dots F_i$. Секторы круга, содержащие в себе каустики с $F_j = F_{2i}$, имеют свои границы, образованные нормальными в n-точках отражения лучей $B_{n-1} B_n$ и $A_{n-1} A_n$, соответственно. Секторы круга, содержащие в себе каустики с $F_j = F_{2i-1}$, имеют свои границы, образованные нормальными в n-точках отражения лучей $A_{n-1} A_n$ и $B_n B_{n+1}$, соответственно.

Если обозначить дуговую меру этих секторов через символы g_j , а дуговую меру угловой апертуры в j-х каустиках, образованных j-ми лучами, как a_j , можно показать, что по мере распространения лучей в круге, дуговое расстояние между двумя равноиндексными точками отражений лучей в круге увеличивается пропорционально последовательности нечётных чисел. Действительно,

$$\gamma_0 = \frac{\pi}{k_2} - \frac{\pi}{k_1} \quad (3)$$

а

$$\gamma_2 = \left(\frac{\pi}{k_2} + \frac{2\pi}{k_2} \right) - \left(\frac{\pi}{k_1} + \frac{2\pi}{k_1} \right) \quad (4)$$

таким образом показатель P2

$$P_2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_0} = 3 \quad (5)$$

Тем самым распространение двух лучей в круге позволяет решить задачу трисекции угла . В свою очередь, по аналогии с (4,5) показатель P4 определится через g_4

$$\gamma_4 = \left(\frac{\pi}{k_2} + \frac{4\pi}{k_2} \right) - \left(\frac{\pi}{k_1} + \frac{4\pi}{k_1} \right) \quad (6)$$

то есть P4 равен

$$P_4 = \frac{\gamma_4}{\gamma_0} = 5 \quad (7)$$

В свою очередь, из простых геометрических рассуждений можно записать для угловых растворов α_j в каустических точках Fj

$$\alpha_0 = \pi - \left(2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{k_1} \right) \right) = \frac{2\pi}{k_1} \quad (8)$$

Из треугольника F1A1F0, где угол F1F0A1 = α_0

$$\alpha_1 = \pi - \alpha_0 - \left(2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{k_2} \right) \right) = \frac{2\pi}{k_2} - \frac{2\pi}{k_1} \quad (9)$$

и по индукции приходим к общей формуле

$$\alpha_j = \pi - \alpha_{j-1} - \left(2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{k_j} \right) \right) \quad (10)$$

Анализируя формулу (10), приходим к заключению, что k_j при перемещениях против часовой стрелки, при каждом отражении от круговой поверхности поочередно будет меняться с k_1 на k_2 . Эта смена показателей фрактальности в формуле (10) осуществляется пропорционально вводимым функциям теории чисел

$$i(j) = (-1)^J ; \quad i(k_1, j) = \text{ceil}((j+1)/2) \quad \text{и} \quad i(k_2, j) = \text{floor}((j+1)/2)$$

где: $\text{ceil}(x)$ - наибольшее целое от x

а $\text{floor}(x)$ -наименьшее целое от x

В результате приходим к выражению дуговых мер углов g_j и a_j через обобщённые функции теории чисел и текущий индекс последовательной смены каустических точек в круге.

$$\alpha_j = (-1)^j \cdot \left[\text{ceil}\left(\frac{J+1}{2}\right) \cdot \frac{2\pi}{k_1} - \text{floor}\left(\frac{J+1}{2}\right) \cdot \frac{2\pi}{k_2} \right]$$

$$\gamma_j = (-1)^j \cdot \left[(2 \cdot \text{ceil}\left(\frac{J+1}{2}\right) - 1) \cdot \frac{\pi}{k_1} - (2 \cdot \text{floor}\left(\frac{J+1}{2}\right) - 1) \cdot \frac{\pi}{k_2} \right] \quad (11)$$

Используя выражения (65) для дуговых мер g_i для формирования на отражающей поверхности и в полости круга соответственно, можно из рассмотренных треугольников, образуемых двумя последовательно отражаемыми лучами, с вершинами в каустических точках F_j , вывести координаты точек $F_j(x, y)$ и значения фокусных отрезков для «центрального» (f_0) и «наклонных» лучей (f_{\min}) и (f_{\max}), формируемых криволинейной поверхностью при многократном отражении.

Как оказалось, в процессе вывода этих выражений, при использовании различных последовательностей треугольников при вершинах F_j и вершинах в точках отражения лучей от криволинейных поверхностей A_j и B_j , или срединных вершинах D_j , можно получить различные выражения для этих параметров.

Автором получено около семи самостоятельных равноправных выражений. Идентичность выражений позволила, при этом, получить ряд неизвестных ранее формул тригонометрического приведения, связанных с трисекцией и неченой секцией углов, таких, например, как

$$\sin 2\alpha \cdot (\sin \beta - \sin \alpha) + \cos 2\alpha \cdot (\cos \beta - \cos \alpha) =$$

$$= 2 \cdot \sin \frac{(\beta - \alpha)}{2} \cdot \sin \frac{(3\alpha - \beta)}{2} \quad (12)$$

или

$$\cos 3\alpha = \cos \alpha - 2 \sin \alpha \cdot \sin 2\alpha$$

$$\sin 3\alpha = \sin \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos 2\alpha \quad (13,14)$$

где α, β - произвольные углы.

Минимизированный вариант общих формул описания ПТФ с учётом текущих значений g_j (11) приведён в наиболее компактных выражениях для отыскания искоемых параметров.

$$f_j(\min) = 2R \cdot \frac{\sin\left(\frac{\gamma_j}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\gamma_{(j+1)}}{2}\right)}{\sin(\alpha_j)} \quad (15)$$

$$f_j(\max) = 2R \cdot \frac{\sin\left(\frac{\gamma_j}{2}\right) \cdot \sin\left(g_j + \frac{\gamma_{(j)}}{2}\right)}{\sin(\alpha_j)} \quad (16)$$

$F_j(X, Y)$

$$X_{F_j} = R \cdot \cos\left(2 \cdot \text{ceil}\left(\frac{j+1}{2}\right) - 1\right) \cdot G_j - f_j(\min) \cdot \sin\left(2 \cdot \text{ceil}\left(\frac{j+1}{2}\right)\right) \cdot G_j \quad (17)$$

$$Y_{F_j} = R \cdot \sin\left(2 \cdot \text{ceil}\left(\frac{j+1}{2}\right) - 1\right) \cdot G_j - f_j(\min) \cdot \cos\left(2 \cdot \text{ceil}\left(\frac{j+1}{2}\right)\right) \cdot G_j \quad (18,19)$$

where

$$g_j = \frac{(1 + (-1)^j)}{2} \cdot \gamma_j + \frac{(1 + (-1)^{(j+1)})}{2} \cdot \gamma_{(j+1)}$$

Приведенные формулы (14...19) описывают параметры $f_j(\min)$, $f_j(\max)$ и $F_j(x, y)$ для двух выбранных лучей в круге, определяемых точками ввода в круг параллельно оси Y с координатами точек первого отражения

$$X_1 = R \cdot \cos \frac{\pi}{\kappa_1}; \quad Y_1 = R \cdot \sin \frac{\pi}{\kappa_1}$$

$$X_2 = R \cdot \cos \frac{\pi}{\kappa_2}; \quad Y_2 = R \cdot \sin \frac{\pi}{\kappa_2}$$

$$\kappa_2 \leq \kappa_1$$

k1- соответствует первому лучу (A_j)

k2 - соответствует второму лучу (B_j) (рис.1)

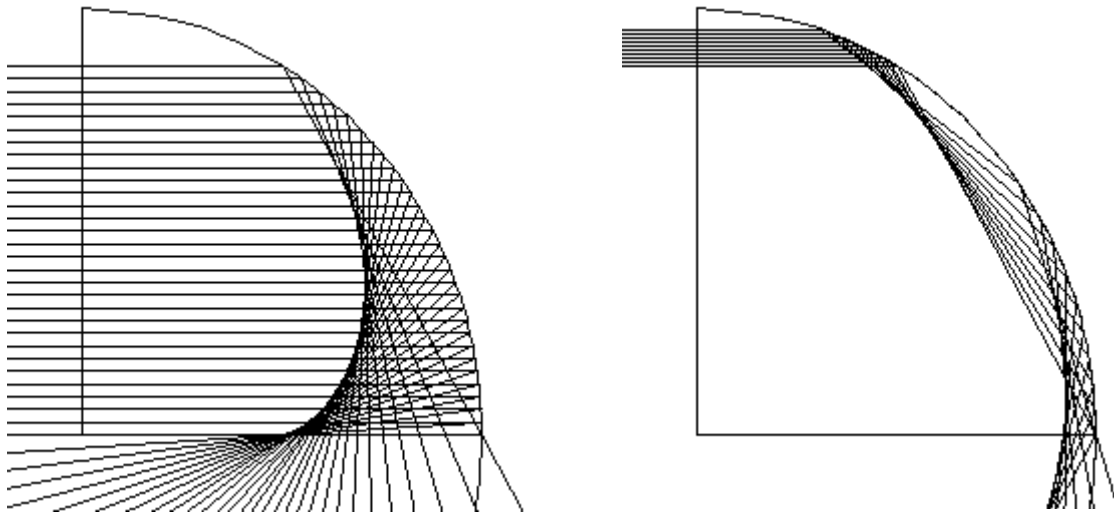
Исходя из условия равноуглового приращени по
 $dg = G(I, j, K, p, n + 1) - G(I, j, K, p, n)$

где

$$G(I, j, K, p, n) = \frac{\pi}{\kappa_{\max}(I, K)} + \pi \cdot \frac{n}{p} \left[\frac{\kappa_{\max}(I, K) - \kappa_{\min}(I, K)}{\kappa_{\max}(I, K) \cdot \kappa_{\min}(I, K)} \right] \quad (20)$$

$n = 0, 1, 2, \dots$ $p \in [1, 2, 3, \dots]$

т.е. последовательно перемещая два луча от точек j₀ и j₁ соответственно для первого и второго лучей с приращениями $dg = G(I, j, K, p, n + 1) - G(I, j, K, p, n)$ построим для меридионального сечения цилиндра и для меридионального и сагитального сечений в сфере, геометрические места точек последовательного пересечения лучей для i-х отражений. На рис. 2 и 3 приведены кривые текущих каустик в круге для i=1, i=2, i=3, i=4, соответственно. Как это очевидно, текущие каустики последовательного отражени лучей в круге представляют собой обыкновенные эпициклоиды с различными модулями $m=r/\rho$.



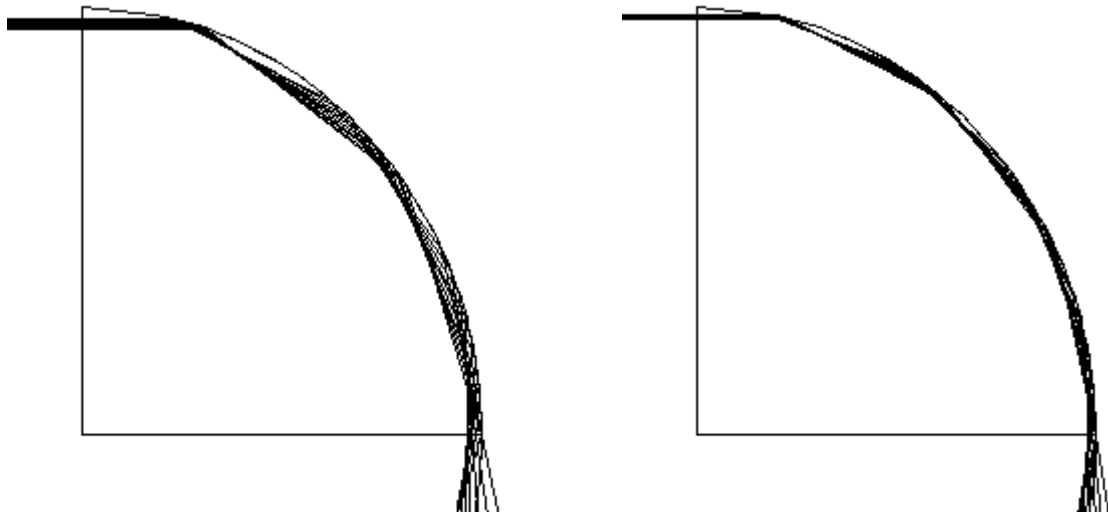


Рис. 2 и 3 приведены кривые текущих каустик в круге для $i=1, i=2, i=3, i=4$, соответственно

Как известно, эпициклоида - линия, описываемая точкой окружности радиуса r , катящейся без скольжения по другой окружности радиуса ρ .

Выведем параметрические уравнения для ближайшей эпициклоиды, соответствующей выражениям (17,20).

Уравнение обыкновенной эпициклоиды в параметрическом виде с начальной точкой $O(x,y)$, где $X_0=0, Y_0=R$ записывается

$$\begin{aligned} x &= (\rho + m\rho) \cdot \cos mt - m\rho \cdot \cos(t + mt) \\ y &= (\rho + m\rho) \cdot \sin mt - m\rho \cdot \sin(t + mt) \end{aligned} \quad (21,22)$$

здесь ρ - радиус неподвижной окружности

$r=m\rho$ - радиус катящейся вне этой окружности без скольжения другой окружности.

t - текущий параметр

Анализируя кривые, описывающие положение геометрического места точек с координатами текущих значений фокусов двух рядом расположенных лучей в параллельном потоке, получаемых после i^X отражений в j^X каустиках, формируемых на основании выражений (17...20) для меридианальных сечений цилиндрических и сферических рефлекторов, можно видеть, что в случае, если анализируемые кривые

действительно являются кривыми близкими к эписциклоидам, то на соотношение радиусов неподвижной (ρ) и катящейся (r) окружностей накладываются дополнительные условия

$$2r + \rho = R \quad (23)$$

Рассматривая последовательно кривые геометрических мест текущих фокусов в меридиональных сечениях рефлекторов для случаев первых парных отражений

$$J=1 \quad I=1$$

вторых

$$J=3 \quad I=2$$

и т.д. парных отражений лучей и, сопоставляя соотношения длин путей l_ρ и l_r , точек неподвижной окружности с последовательно стоящими точками “катящейся” окружности r , от момента ее касания отражающей окружности радиуса R до момента её касания “неподвижной” окружности (ρ), последовательно выводим значения этих параметров r , ρ и $m=r/\rho$ и, продолжая по индукции вывод, результаты сведём в табл.

Табл.1

j	1	3	5	7	9	$j \in [1, 3, 5, \dots]; \quad j = 2I - 1$
I	1	2	3	4	5	$I = \text{ceil} \frac{(j+1)}{2}$
m	1/2	3/2	5/2	7/2	9/2	$m = j/2$
r	1/4 R	3/8 R	5/12 R	7/16 R	9/20 R	$r = \frac{i}{4IR} = \frac{j \cdot R}{2(j+1)}$
ρ	1/2 R	1/4 R	1/6 R	1/8 R	1/10 R	$\rho = \frac{R}{(j+1)}$

Подставляя полученные значения m , ρ и r в выражения (21,22) приходим к параметрическому виду ближайшей эписциклоиды, зависящей от параметров:

j -текущий номер фокусных пересечений двух соседних лучей, при их неограниченном многократном отражении от окружности, в меридианальном сечении сферических и цилиндрических рефлекторов,

R -радиус отражающей поверхности рефлектора,

t - текущий параметр с заданным шагом dt .

Этот текущий параметр можно выразить как дискретное текущее время

$$t = \frac{R \cdot (j + 1) \cdot n \cdot \sin \frac{\pi}{k_i}}{C \cdot n_{1,0}} \quad (24)$$

где:

- числитель- текущая длина пробега светового луча до точки F_j

C -скорость света

$n_{1,0}$ -показатель преломления среды распространения светового луча

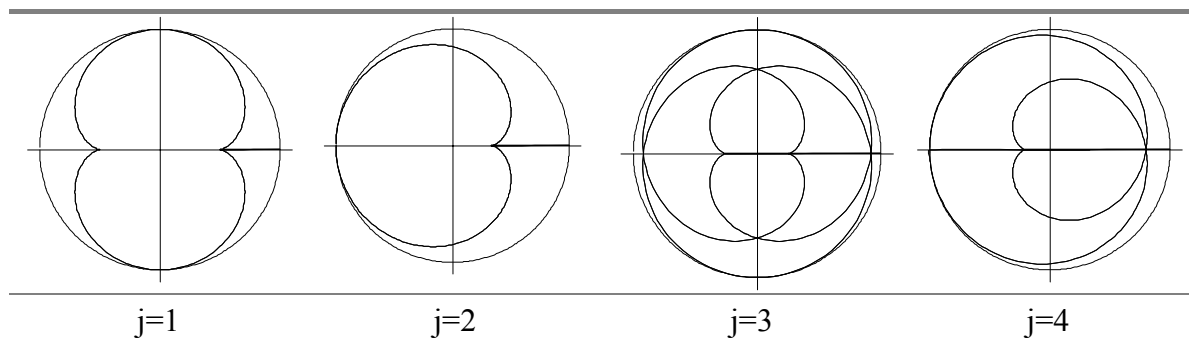
для которого дискретизация dt определяется параметрами

j и $n \in [0,1,2\dots]$

либо как дискретная текущая фаза

$t \Rightarrow G(I,j,K,p,n)$ с дискретным приращением dg

$dg = G(I,j,K,p,n + 1) - G(I,j,K,p,n)$



??? 4. ???????? ??????? j-??????? ???? ? ?????????????? ?????????? ????? ??
 ??????

На рис 4 приведены две кривые для каустики первых отражений лучей ($j=1, j=2$), представляемой с помощью параметрических выражений (17...20) и параметрических уравнений обыкновенной эпициклоиды (25...26)

$$\begin{aligned}
 x(j,t) &= \frac{R}{2} \cdot \frac{(j+2)}{(j+1)} \cdot \cos \frac{j \cdot t}{2} - \frac{R}{2} \cdot \frac{j}{(j+1)} \cdot \cos \left(\frac{t \cdot (j+2)}{2} \right) \\
 y(j,t) &= \frac{R}{2} \cdot \frac{(j+2)}{(j+1)} \cdot \sin \frac{j \cdot t}{2} - \frac{R}{2} \cdot \frac{j}{(j+1)} \cdot \sin \left(\frac{t \cdot (j+2)}{2} \right)
 \end{aligned}
 \tag{25,26}$$

(эти выражения получены автором на основании выведенных по индукции выражений табл.1., кривая 2) и кривая 1- геометрическое место ПТФ для лучей света претерпевающих первые отражения от окружности радиуса R в меридианальном сечении цилиндрического или сферического рефлектора.

Кривая 1 на рис.4 построена по выведенным выше выражениям (17...20).

Как это видно из сопоставления кривых 1 и 2, эти кривые при бесконечно малых dt и dg совпадают, и занимают положения кривой 2 (25,26)

Это объясняется тем, что кривая 2, являясь обыкновенной эпициклоидой, в то же время является геометрическим местом точек касания к этой кривой лучей, отражаемых от окружности рефлектора. Другими словами, производная от кривой 2 (25,26) в любой точке эпициклоиды определяет тангенс угла наклона для единственного луча в каустике многократных отражений. Или иначе, каждая точка эпициклоиды (25,26) соответствует одной точке на окружности.

Кривая 1, являясь геометрическим местом точек пересечения двух и только двух лучей из семейства каустик лучей, отражаемых от окружности рефлектора, даёт в каждой своей точке отображение двух определённых точек окружности. Чем больше угловое расстояние dg_j между двумя исходными точками первых отражений лучей с координатами

$$x_i = R \cdot \cos \frac{\pi}{k_i} \quad \text{and} \quad x_{i+1} = R \cdot \cos \frac{\pi}{k_{i+1}},$$

тем большие отличия в формах кривых 1 и 2, рис. 4 можно наблюдать.

Геометрическая интерпретация этих кривых, в задачах представления окружностей, посредством их приближения многоугольниками такова:

-эпициклоида (17,20, кривая 1) отображает описанную вокруг многоугольника окружность в полость круга лучами отражения;

-эпициклоида (25,26, кривая 2), со своей стороны, отображает лучами отражения в полость круга вписанную в многоугольник окружность.

При анализе свойств ПТФ и каустик для сферы и цилиндра, вызывают интерес методы представления сечения каустик с помощью полусуммы ортогональных друг другу и синфазных с эпициклоидами плоских кривых (27,28) и (29,30)

$$\begin{aligned} x(j,t) &= \frac{R}{2} \cdot \frac{(j+2)}{(j+1)} \cdot \cos \frac{j \cdot t}{2} + \frac{R}{2} \cdot \frac{j}{(j+1)} \cdot \cos\left(\frac{t \cdot (j+2)}{2}\right) \\ y(j,t) &= \frac{R}{2} \cdot \frac{(j+2)}{(j+1)} \cdot \sin \frac{j \cdot t}{2} - \frac{R}{2} \cdot \frac{j}{(j+1)} \cdot \sin\left(\frac{t \cdot (j+2)}{2}\right) \end{aligned} \quad (27,28)$$

-гипоциклоида

$$\begin{aligned} x(j,t) &= \frac{R}{2} \cdot \frac{(j+2)}{(j+1)} \cdot \cos \frac{j \cdot t}{2} - \frac{R}{2} \cdot \frac{j}{(j+1)} \cdot \cos\left(\frac{t \cdot (j+2)}{2}\right) \\ y(j,t) &= \frac{R}{2} \cdot \frac{(j+2)}{(j+1)} \cdot \sin \frac{j \cdot t}{2} - \frac{3 \cdot R}{2} \cdot \frac{j}{(j+1)} \cdot \sin\left(\frac{t \cdot (j+2)}{2}\right) \end{aligned} \quad (29,30)$$

-функция ортогональная гипоциклоиде.

А, также, уравнение кривой текущих центров кривизны эпициклоиды, описывающей сечение в j^x каустиках (Рис. 5)

$$\begin{aligned} x(j,t) &= \frac{R}{2} \cdot \frac{(j+2)}{(j+1)^2} \cdot \cos \frac{j \cdot t}{2} + \frac{R}{2} \cdot \frac{j}{(j+1)^2} \cdot \cos\left(\frac{t \cdot (j+2)}{2}\right) \\ y(j,t) &= \frac{R}{2} \cdot \frac{(j+2)}{(j+1)^2} \cdot \sin \frac{j \cdot t}{2} + \frac{R}{2} \cdot \frac{j}{(j+1)^2} \cdot \sin\left(\frac{t \cdot (j+2)}{2}\right) \end{aligned} \quad (31,32)$$

Таким образом, знания координатных положений кривых-предельной эпициклоиды каустических лучей и кривой геометрического места точек j -х пересечений соседних лучей (ПТФ), при заданном угловом шаге, позволяют строить корректирующие элементы для устранения сферических астигматических aberrаций, т.е. физические поверхности, положения которых можно выводить аналитическими методами.

Таким образом, каустики i^x отражений лучей в меридиональных сечениях цилиндра вдоль оси Z представляют разрезы эпициклического цилиндра, образующие которого параллельны оси Z цилиндра, а каустические поверхности i^x отражений в сфере

представляют собой эпициклические торы. Наиболее простая тороидальная поверхность каустик в сфере - это каустика первых отражений. Каустики многократных отражений представляют собой многослойные тороидальные поверхности.

Приведенные на рис. 2...4 результаты расчета каустических поверхностей по точным аналитическим выражениям (17...20) подтверждаются рисунками 3, полученными для сегментов круга в меридиональном сечении. Они получены путем построения хода лучей в программе численного моделирования «DEMOS». Эти построения выполнены А.С. Поповым, за что автор выражает ему свою признательность.

Следует заметить, что ещё в 1937 году Слюсарев Г.Г.[7] вплотную подошёл к возможности аналитического описания каустических поверхностей для геометрии диоптрических элементов, при рассмотрении комбинаций aberrаций третьего порядка, используя упрощённое рассмотрение aberrаций системы линз, методами эйконала Зейделя, путём уменьшения числа параметров с пяти до трёх (стр 81, Рис. 31...35). Среди этих иллюстраций наблюдаются и каустики эпициклического типа.

Выводы.

1. ПТФ i^x отражений в меридиональном сечении в круге представляют собой геометрическое место точек пересечения 2-х лучей, за исключением особой, (сингулярной) точки, лежащей на половине радиуса, совпадающего с осью Y , в окрестности которой бесконечно близко расположены точки многих других пересечений пар лучей.
2. В силу того, что предельные ПТФ, при $d\gamma$ стремящемся к нулю, каустики i^x отражений совпадают с обыкновенными кривыми в круге - эпициклоидами, последнее обстоятельство обеспечивает перспективу возможности создания на круговых отражающих элементах различных устройств с оригинальными принципами построения систем томографии, а, также, обеспечивает возможность создания на сегментированных отражающих элементах различных устройств оптических вычислений. Кроме того, создаются перспективы исправления aberrаций нецентрированных систем визуализации и

систем формирования изображений на матричных фотоприемниках с внутренним сканированием и систем подсвета с оптической редукицией.

3. В целом, полученный математический аппарат существенно проясняет методы создания кольцевых резонаторных и световодных систем с высокой добротностью, обусловленной их работой в области ПВО.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. G.S.Melnikov "Gnosiology of fractality - fractal optics". Manuscript of Technical Program. Conference 3010, p.80 (3010-11) Journal SPIE - The International Society for Optical Engineering, 14p (Plan of issue 1997)

2. M.A. Gan, S.A. Larionov, G.S. Melnikov. "Elements of fractal optics for synchrogenerators and digital illumination devices", Manuscript of Technical Program. Conference SPIE's International Symposium, 20-25 April 1997, Orlando, Florida USA ("AD-97")

3. Melnikov G.S., Larionov S.A., Mikheev P.A., Tsvetkov E.A. "Discrete Raster Systems of Digital Optical Processing and Transmission of Images by Systolic Methods", Bulletin of the Russian Academy of Sciences PHYSICS, vol.59, No12, 1995, p2097...2103, Allerton Press, Inc./ New York/

4. Мельников Г.С., Космачев А.Ф., Шишкин М.Ю. Методика лучевого описания растровых явлений в цилиндрической линзе, работающей в области полного внутреннего отражения, Л., ГОИ, 1986 г., Тезисы докл. IV Всесоюзной конференции "Теоретическая и прикладная оптика".

5. Мельников Г.С. Цифровая обработка сигналов на систолических процессорах.// Препринт N 9-91, 1991г, 61с., Львов, НТЦ ВПВС, "Интеграл", АН УССР Институт Прикладной Математики.

6. Мельников Г.С., Ларионов С.А. Многомодовый многоуровневый интерферометр Фабри-Перро с управляемой би- и полистабильностью. Заявка на Патент РФ, Исх АО "Оптико-электронные комплексы и системы N131/2 от 20.03. 1996г.

7. Г.Г. Слюсарев. Методы расчета оптических систем, ОНТИ, 1937г. 698с.